

מבחן טרימסטר א' במתמטיקה

משך המבחן 3 שעות. יש לפתור את כל השאלות!
אין להשתמש במחשבוני! אין לצאת ב-45 הדקות האחרונות של המבחן!
סעיפים שונים באותה שאלה אינם בהכרח שווים בניקודם!
חובה לנמק כל תשובה!

שאלה 1 - 16%

עבור אילו ערכים של m יש למשוואה $2(x-m)^2 + x + m - 4 = 0$ שני פתרונות הנמצאים בקטע $[0, 4]$?

שאלה 2 - 18%

א. צייר את הגרפים של הפונקציות $y = |x+3| + |x-2| - 1$ ו- $y = 2^{x+1}$.
ב. פתור את האי-שוויון $|x+3| + |x-2| \geq 2 \cdot 2^x + 1$.

שאלה 3 - 18%

א. פתור: $2x + \sqrt{3x-2} \leq 3$.
ב. פתור: $3^{\frac{4-x}{x}} \cdot (\sqrt{2})^x = 6$. רמז: קיים יותר מפתרון אחד.

שאלה 4 - 16%

פתור: $\log_{(x+2)^2} (x^2 - 3x - 10) \geq 0.5$.

יש לפתור את השאלות הבאות רק באמצעות גיאומטריה-המישור.

כל משפט בגיאומטריה המישור שנעשה בו שימוש ושאינו מופיע ברשימת המשפטים - חייב הוכחה!

שאלה 5 - 14%

במקבילית ABCD מאריכים את הצלע AD לשני הכיוונים ומקצים קטעים כך ש- $AE = DF = AB$ (על המשך AD).
הישרים EB, FC נחתכים ב-G ונסמן ב-M את אמצע AD.
א. הוכח כי $EB \perp CF$.
ב. הוכח כי $GM \parallel AB$.
ג. הוכח ששטחי המשולשים DCF ו- ABE שווים.

שאלה 6 - 18%

משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O. D היא אמצע הצלע AB.
דרך הנקודות A, D, O מעבירים מעגל החותך את הצלע AC בנקודה E.
א. הוכח שרדיוס המעגל הקטן שווה למחצית מרדיוסו של המעגל הגדול.
ב. הוכח כי המעגלים משיקים בנקודה A.
ג. חשב את שטח המשולש ABC אם ידוע כי $AD = 3, AE = 6, DE = 5$.

בהצלחה!

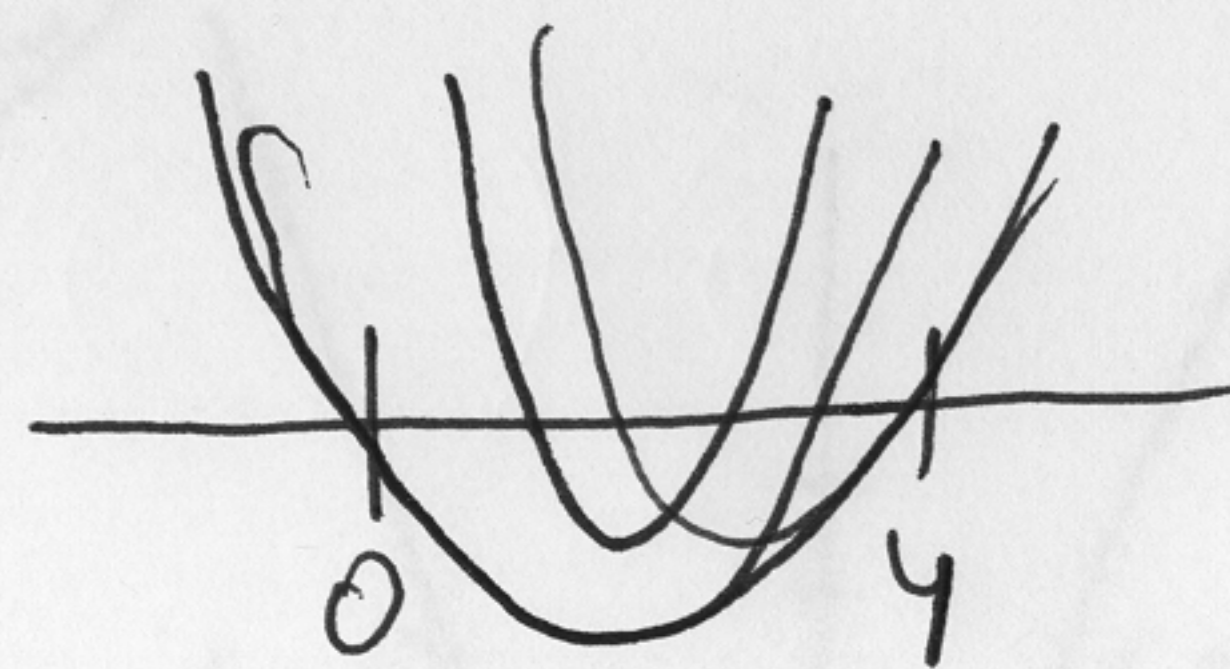
①

$$x^2 - 2mx + m^2$$

$$2(x-m)^2 + x + m - 4 = 0$$

$$2x^2 - 4xm + 2m^2 + x + m - 4 = 0$$

$$2x^2 + (1-4m)x + 2m^2 + m - 4 = 0$$



$$F(0) \geq 0$$

$$2m^2 + m - 4 \geq 0$$

$$m \geq \frac{-1 + \sqrt{33}}{4}$$

$$m \leq \frac{-1 - \sqrt{33}}{4}$$

$$F(4) \geq 0$$

$$2m^2 - 15m + 32 \geq 0$$

$$m \leq 0$$

$$0 < x_p < 4$$

$$0 < \frac{4m-1}{4} < 4$$

$$\frac{1}{4} < m < \frac{17}{4}$$

$$\frac{1}{4} < m < \frac{17}{4}$$

$$\Delta \geq 0$$

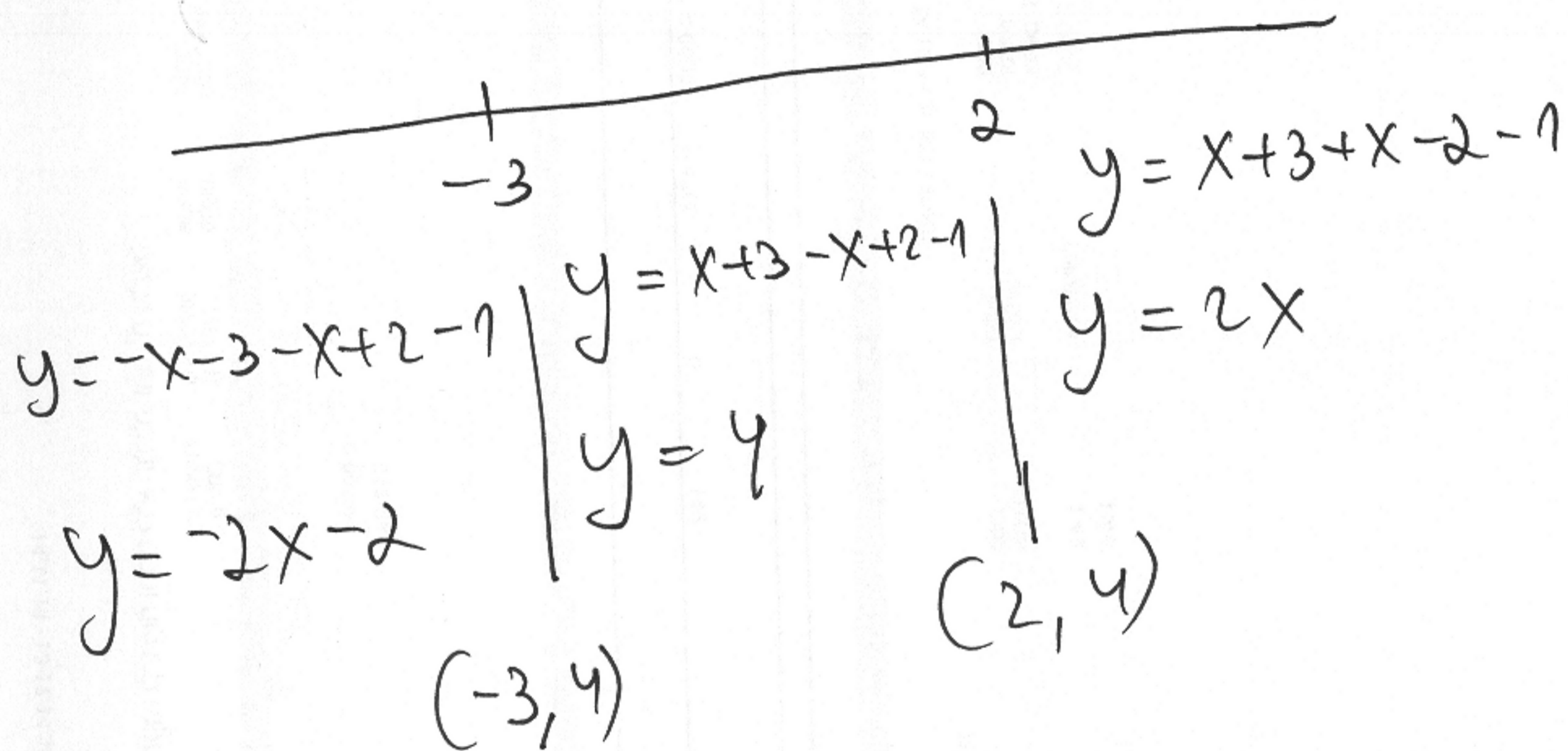
$$33 - 16m \geq 0$$

$$m \leq \frac{33}{16}$$

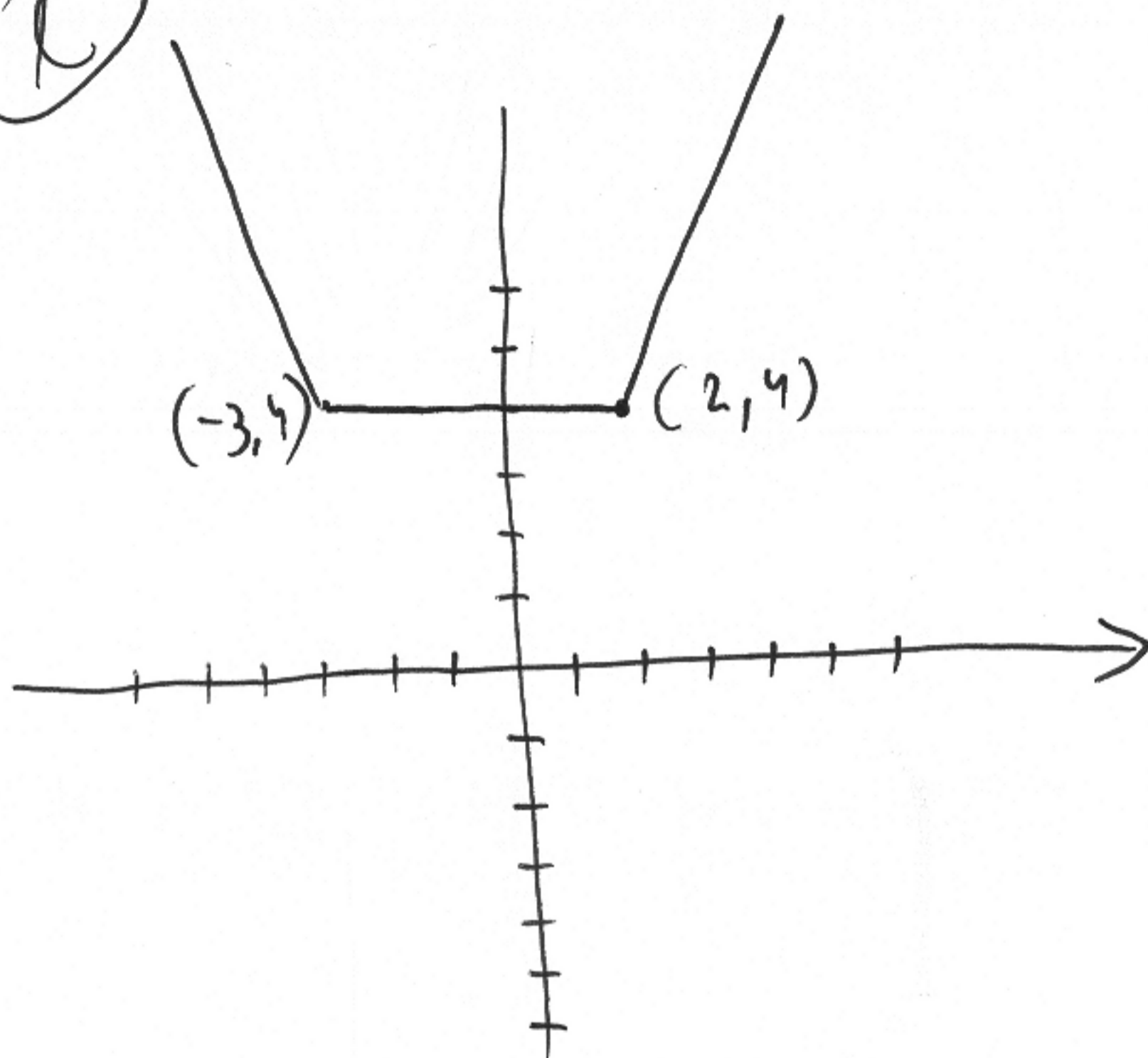
$$\frac{-1 + \sqrt{33}}{4} \leq m < \frac{33}{16}$$

②

$$y = |x+3| + |x-2| - 1$$

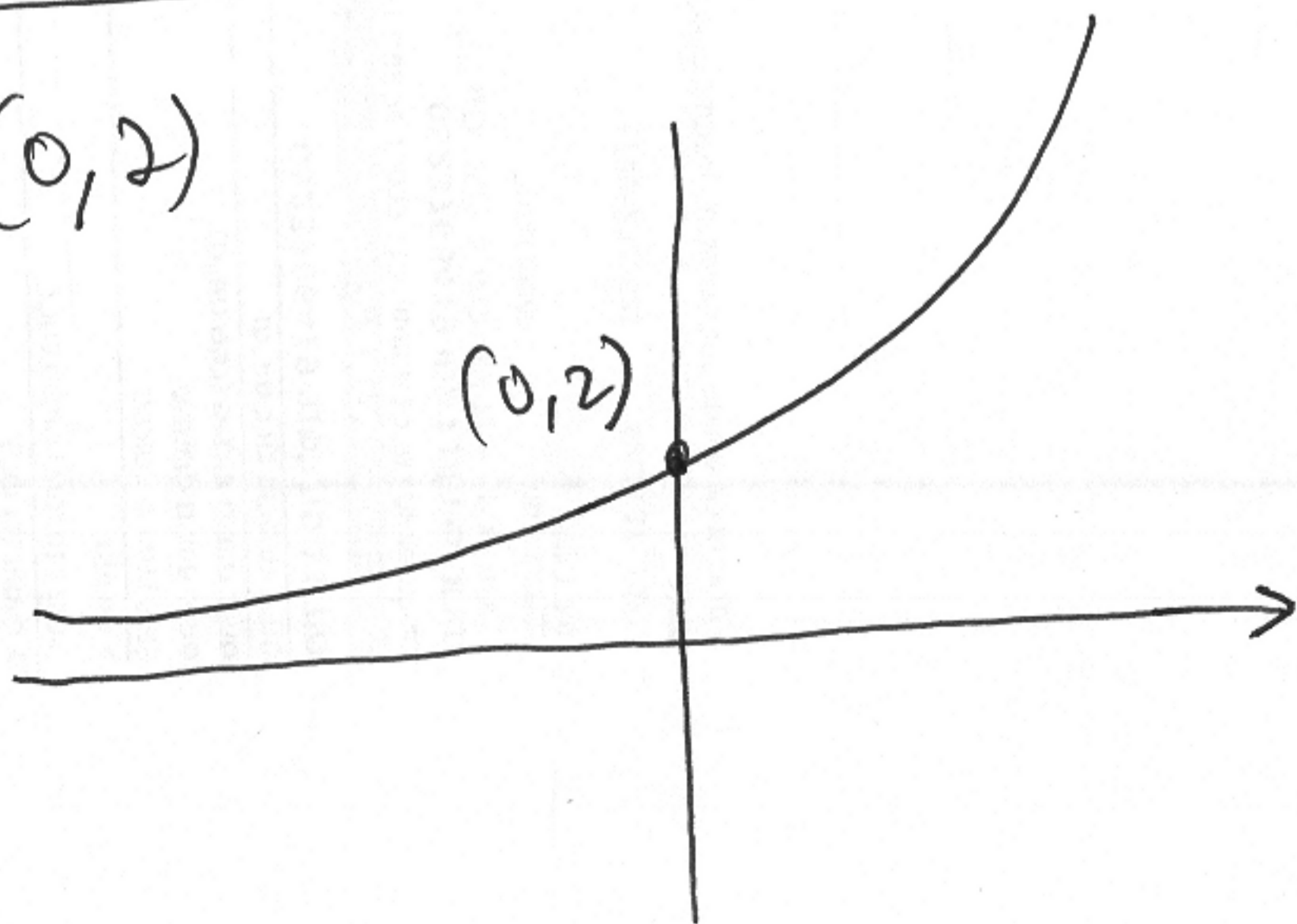


①



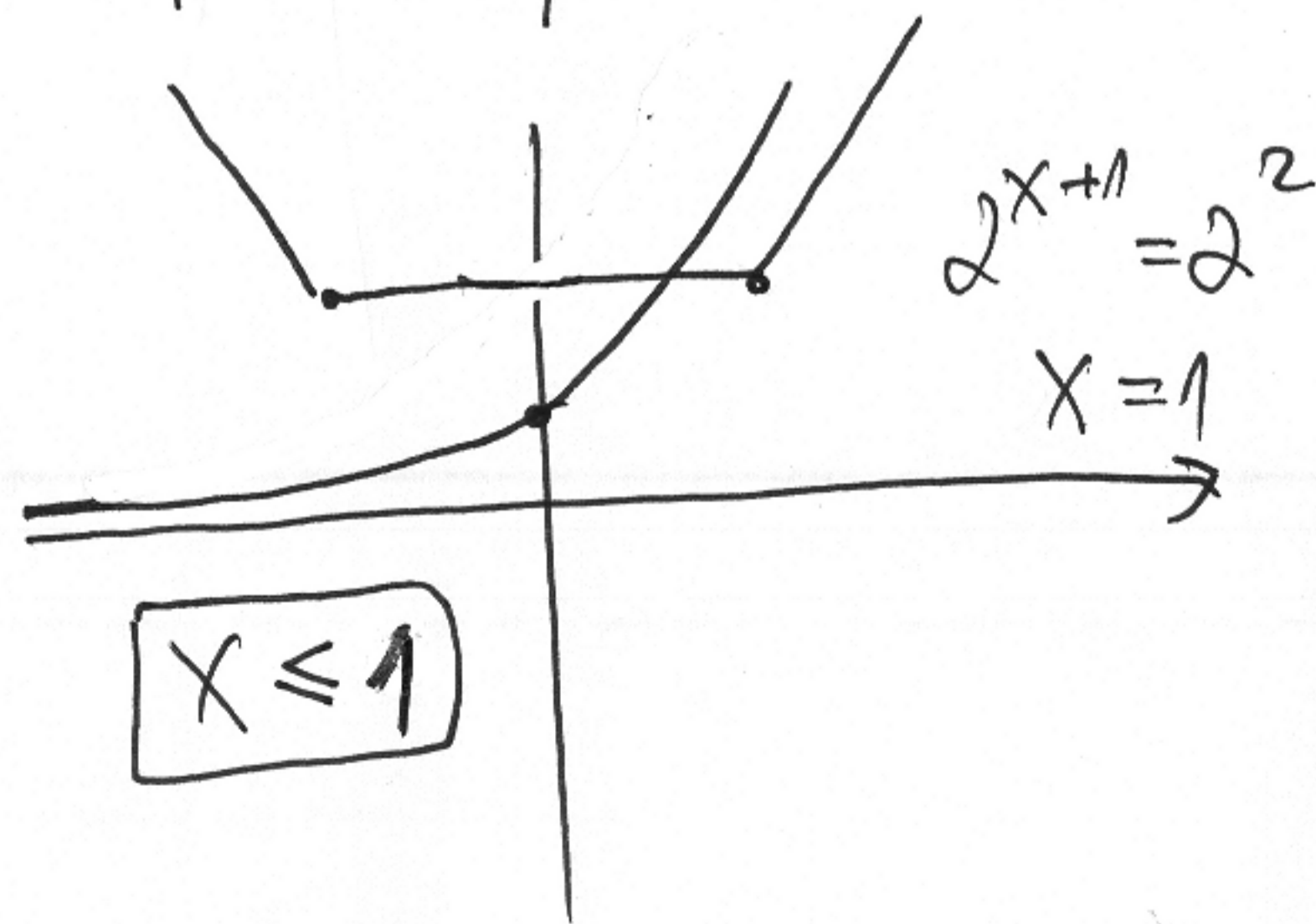
① $y = 2^{x+1}$

(0, 2)



②

$$|x+3| + |x-2| - 1 \geq 2^{x+1}$$



3

$$2x + \sqrt{3x-2} \leq 3$$

k

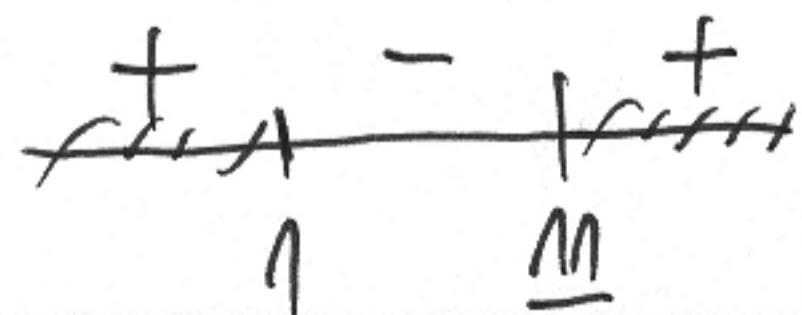
$$\sqrt{3x-2} \leq 3-2x$$

$$3x-2 \geq 0$$

$$x \geq \frac{2}{3}$$

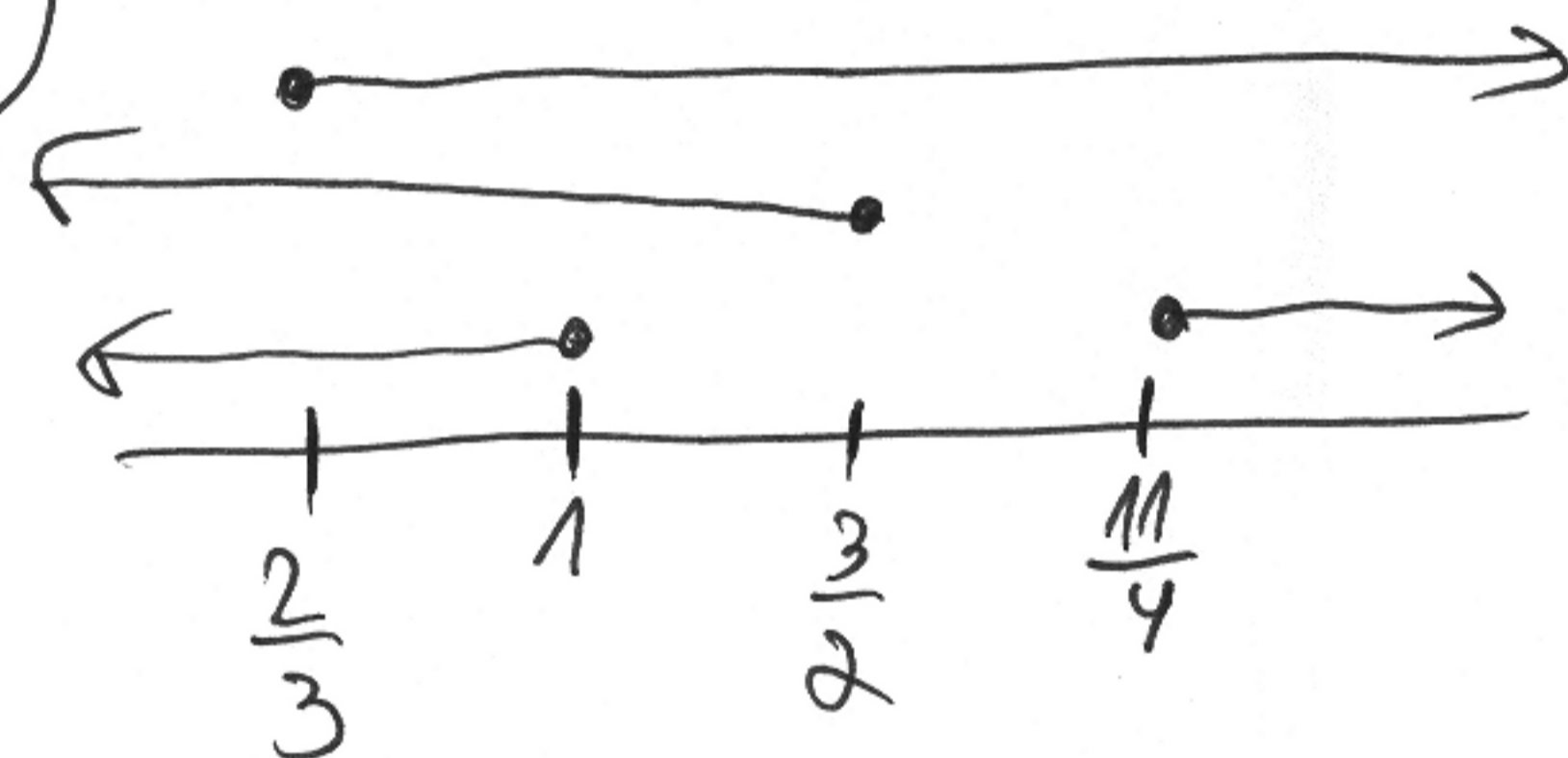
$$\begin{array}{l}
 3-2x < 0 \\
 \emptyset \\
 \left. \begin{array}{l} 3-2x \geq 0 \Rightarrow \\ 3x-2 \leq (3-2x)^2 \end{array} \right\} \\
 \hline
 3x-2 \leq 9-12x+4x^2
 \end{array}$$

$$0 \leq 4x^2 - 15x + 11$$



$$x \leq 1 \quad \vee \quad x \geq \frac{11}{4}$$

$$\frac{2}{3} \geq x$$



$$\frac{2}{3} \leq x \leq 1$$

②

$$3^{\frac{4-x}{x}} \cdot \sqrt{2}^x = 6$$

$$\frac{3^{\frac{4-x}{x}} \cdot 2^{\frac{1}{2}x}}{3 \cdot 2} = 1$$

$$3^{\frac{4-x}{x}-1} \cdot 2^{\frac{1}{2}x-1} = 1$$

$$3^{\frac{4-x}{x}} \cdot 2^{\frac{x-2}{2}} = 1$$

$$3^{-\frac{2(x-2)}{x}} \cdot 2^{\frac{x-2}{2}} = 1$$

$$\left(3^{-\frac{2}{x}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \right)^{x-2} = 1$$

$$3^{-\frac{2}{x}} \cdot \sqrt{2} = 1$$

$$x-2=0$$

$$\checkmark \boxed{x=2}$$

$$3^{\frac{1}{x}} = 2^{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

$$-\frac{2}{x} = \log_3 \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{-2}{\log_3 \frac{\sqrt{2}}{2}} = X = \frac{-2 \cdot \log 3}{\log 2^{-\frac{1}{2}}} =$$

$$\checkmark \boxed{\frac{4 \log 3}{\log 2}}$$

$$\textcircled{4} \log_{(x+2)^2} (x^2 - 3x - 10) \geq \log_{(x+2)^2} ((x+2)^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\left((x+2)^2 - 1 \right) \left(x^2 - 3x - 10 - \overbrace{\left((x+2)^2 \right)^{\frac{1}{2}}}^{(x+2)} \right) \geq 0$$

$$(x+2-1)(x+2+1) (x^2 - 3x - 10 - |x+2|) \geq 0$$

$$(x+1)(x+3) (x^2 - 3x - 10 - |x+2|) \geq 0$$

~~$$(x^2 - 3x - 10 + x + 2) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x^2 - 3x - 10 - x - 2 = 0$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-6)(x+2) = 0$$

$$x = 6 \quad x = -2$$~~

$$\begin{array}{l} x > 5 \\ x < -2 \\ x \neq -3 \end{array}$$

$$(x+2)^2 > 0$$

$$(x+2)^2 \neq 1$$

$$x^2 - 3x - 10 > 0$$

$$\textcircled{x \neq -2}$$

$$x+2 \neq 1 \quad x+2 \neq -1$$

$$\textcircled{x \neq -1}$$

$$\textcircled{x \neq -3}$$

$$(x-5)(x+2) > 0$$

$$\boxed{\begin{array}{l} x > 5 \\ x < -2 \end{array}}$$

$$(x+1)(x+3)(x^2-3x-10-|x+2|) \geq 0 \quad \left| \quad x^2-3x-10-|x+2| = 0 \right.$$

$$x = -1 \quad x = -3$$

$$x = 6 \\ x = -2$$

$$x \leq -2$$

$$x \geq -2$$

$$x^2 - 3x - 10 + x + 2 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x-4)(x+2) = 0$$

$$x = 4$$

$$x = -2$$

ϕ

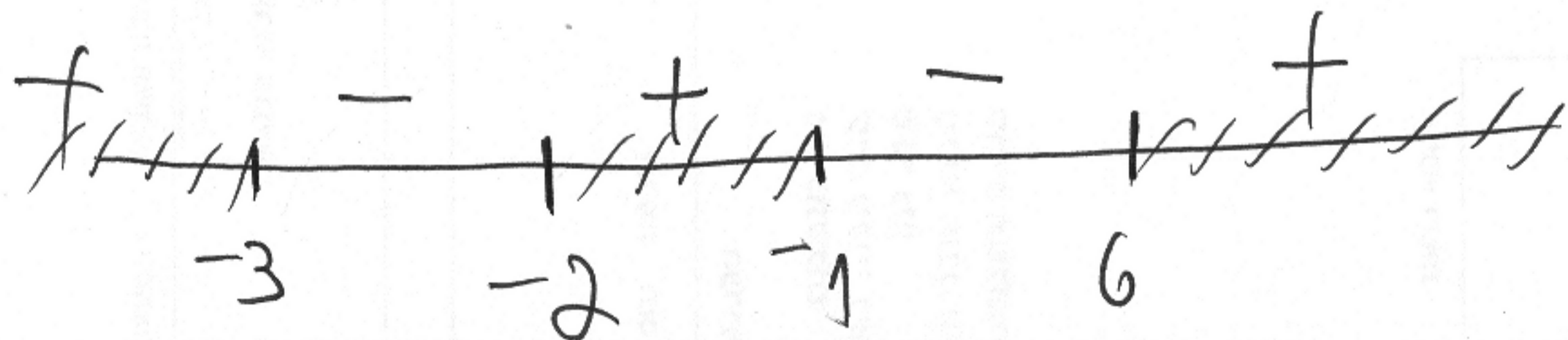
$$x^2 - 3x - 10 - x - 2 = 0$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x-6)(x+2) = 0$$

$$x = 6$$

$$x = -2$$



$$x \geq 6 \\ -2 \leq x \leq -1 \\ x \leq -3$$

$$x < -3$$

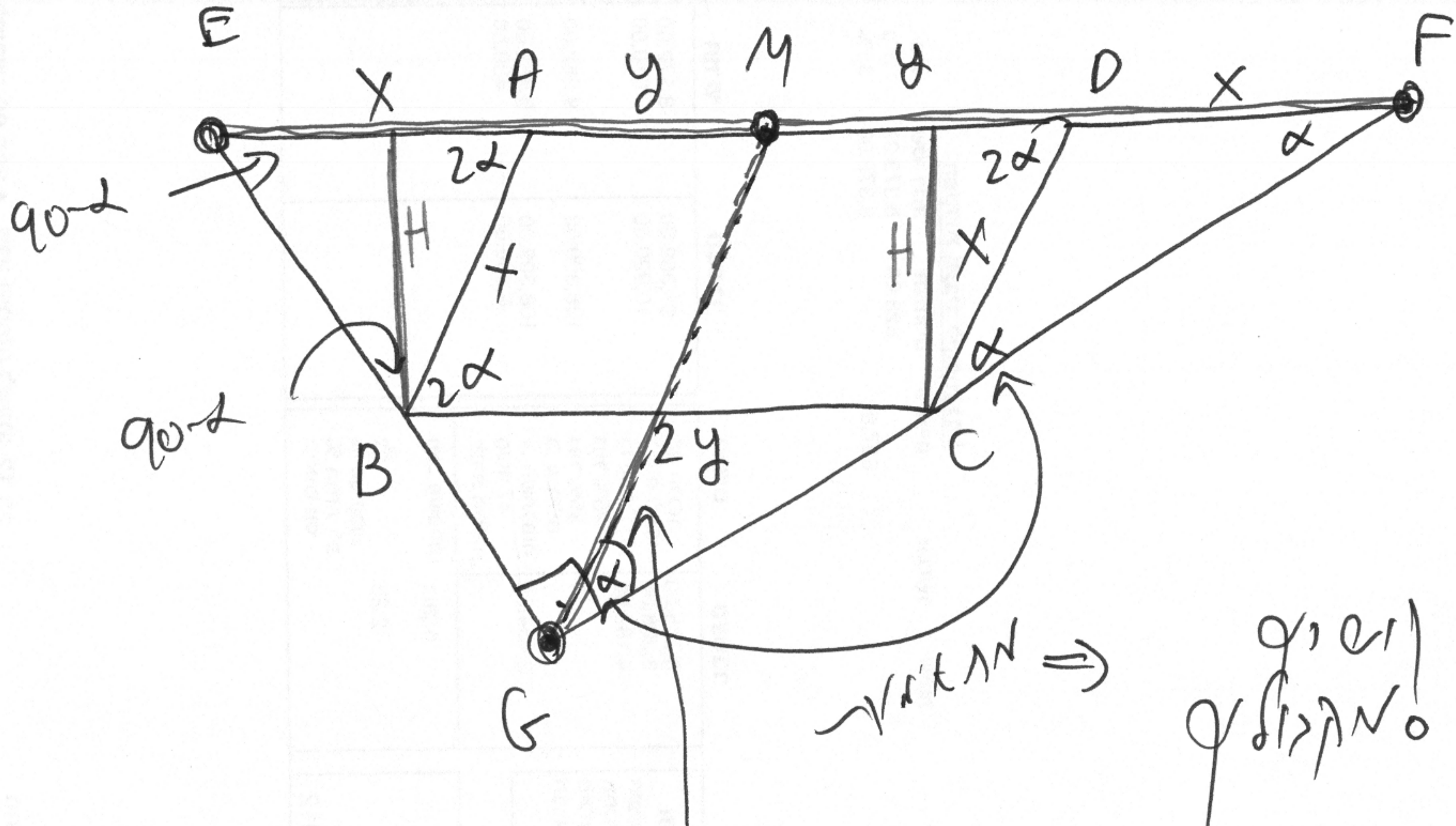
$$|x| \geq 6$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\boxed{x \geq 6}$$

5



המרחק בין הנקודות
הוא $\frac{H-X}{2}$

מרחק מן הירידה \Rightarrow

$$\frac{H-X}{2}$$

$$\frac{H-X}{2}$$

